

DF-Design のデジタル通信用フィルタ設計プログラムの概要

石川工業高等専門学校 電子情報工学科 山田洋士研究室

西野 顕

1. はじめに

本研究室では、デジタルフィルタ設計プログラム集 DF-Design を開発している。ここでは、DF-Design の中でも特にデジタル通信用フィルタ設計機能[1]について説明する。

デジタル通信用フィルタ設計機能は、以下のプログラムなどから構成されている。

- fcos : コサインロールオフフィルタ設計プログラム
- frcos : ルートコサインロールオフフィルタ設計プログラム
- fpre : パーシャルレスポンス (以下 PR) フィルタ設計プログラム
- eyept : アイパターン作成プログラム

本研究室では以上のプログラムを用いたデジタルフィルタ設計サービスを Web[2]上で公開している。本サービスでは、設計仕様を Web ページより入力すると、フィルタの設計結果、インパルス応答、各種特性、アイパターンが表示されるとともに、設計したフィルタのインパルス応答をメールで送信する機能を有している。

それでは次項より、デジタル通信用フィルタ設計プログラムの内部構造を解説する。

2. コサインロールオフフィルタの設計

コサインロールオフフィルタの設計は、次式に示すアナログインパルス応答 $h(t)$ の式[3][4]にも基づいて行っている。式(1)は、フーリエ変換を用いて導出された式である。 T はシンボル間隔[sec]、 α はロールオフ率を示している。

$$h(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T}\right)}{\frac{\pi}{T}} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi \alpha}{T}\right)}{1 - \left(\frac{2t\alpha}{T}\right)^2} \quad (1)$$

本設計プログラムでは、 $h(t)$ を $t = iT_s$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) と置いてサンプリングし、シンボル間隔の整数倍で打ち切ることでデジタルフィルタのインパルス応答 $h(i)$ ($0 \leq i \leq N - 1$, N :インパルス応答長)

を得ている。ただし、 T_s はサンプリング周期[sec]である。また、 $rate = \frac{T}{T_s}$ と置き、オーバーサンプリング

比 $rate$ を定義する。 $t = iT_s$ を $rate$ の定義式に代入すると、式(1)において $\frac{t}{T} = \frac{i}{rate}$ と置き換

えることができ、 $\frac{i}{rate} \leq n$ (n は任意の自然数) の範囲で $h(t)$ のサンプリングを行うことにより有限長のインパルス応答 $h'(i)$ ($0 \leq i \leq n \cdot rate$) を得ることができる。この n を打ち切り数として定義する。

この方法では $t = 0$ 及び $t > 0$ の範囲のインパルス応答しか得られないが、インパルス応答は偶関数なので、 $t < 0$ のインパルス応答は $t > 0$ のインパルス応答と同じ値になる。なお、 $t = 0$, $\frac{2t\alpha}{T} = 1$ のい

れかを満たす場合における $h(t)$ の値はロピタルの定理により式 (1) を変形して算出している .

以上の手順により得た $h'(i)$ のうち $(1 \leq i \leq n \cdot rate)$ の部分を左右対称に配置し , 最終的なインパルス応答が因果性を満たすように $\frac{N-1}{2}$ サンプル分の時間シフトを行うことにより , $h(i)$ を得ている .

以上の設計法により設計されたコサインロールオフフィルタのインパルス応答長 N は次式となる .

$$N = 2 \cdot n \cdot rate + 1 \quad (2)$$

本設計サービスでは N の上限は 4999 としている . 単体の設計プログラムには N の上限はない .

本設計プログラムを用いてフィルタを設計する場合 , n , α , $rate$ を設計仕様として指定する必要がある . α は振幅特性中に余弦特性が占める割合であり , $h(t)$ より求めた理想振幅特性は図 1 となる . また , n と $rate$ をインパルス応答のグラフ中に図示すると図 2 となる .

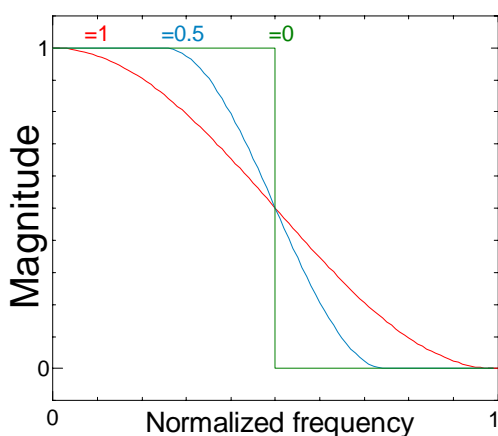


図 1 . ロールオフフィルタの振幅特性

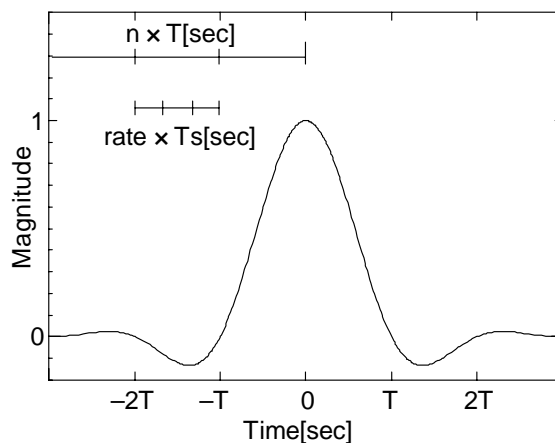


図 2 . ロールオフフィルタのインパルス応答

これらのパラメータの制限は以下のとおりである .

α : 0~1 の実数で指定

n : 1~128 の整数で指定

$rate$: 0~128 の整数で指定

また , 上記のパラメータ以外に正規化の有無を指定することが出来る . 正規化をするように指定した場合 , 直流ゲインが 0[dB] となるようにフィルタを設計する .

3. ルートコサインロールフィルタの設計

ルートコサインロールオフフィルタの設計は , 次式のアナログインパルス応答の式に基づいている . このインパルス応答式は MATLAB のヘルプファイル[5]を参照し , スケーリング係数を修正した式である .

コサインロールオフフィルタと同様に , T はシンボルレート[sec] , α はロールオフ率 , $rate = \frac{T}{T_s}$

である .

$$h(t) = -\frac{1}{\sqrt{\text{rate}}} \cdot 4\alpha \frac{\cos\left\{(1+\alpha)\pi\frac{t}{T}\right\} + \frac{\sin\left\{(1-\alpha)\pi\frac{t}{T}\right\}}{4\alpha\frac{t}{T}}}{\pi\sqrt{T}\left\{\left(4\alpha\frac{t}{T}\right)^2 - 1\right\}} \quad (3)$$

本設計プログラムでは , コサインロールオフフィルタと同様に上記のインパルス応答 $h(t)$ をサンプリングすることによりルートコサインロールオフフィルタのインパルス応答を得ている . 打ち切り数についてもコサインロールオフフィルタの時と同様に定義されているが , ここで指定するのはルートコサインロールオフフィルタ自身の打ち切り数であり , 縦続接続した場合に得られるコサインロールオフフィルタの打ち切り数ではない . 例えば , $n=3$ としてルートコサインロールオフフィルタを設計した場合 , そのフィルタを縦続接続したときに得られる特性は $n=6$ のコサインロールオフフィルタと同様となる . これは , 本設計プログラムでは n が整数であるという条件より , n を奇数とするコサインロールオフフィルタを表現するルートコサインロールオフフィルタは設計できないことを示している .

本設計プログラムを用いて設計する際に指定するパラメータの条件は , コサインロールオフフィルタと同様である . フィルタ長 N の値もコサインロールオフフィルタと同様に式 (2) で表される他 , N の上限も同じである .

4. PR フィルタの設計

PR フィルタはコサインロールオフフィルタのインパルス応答を足し合わせるとで設計することが出来るという特徴を持つ . よって , 本設計プログラム内では式 (1) を用いてコサインロールオフフィルタのインパルス応答を算出し , その結果を足し合わせることで PR フィルタを設計している . 例えば PR フィルタ , デュオバイナリならば図 3 のように , シンボル間隔だけずらしたコサインロールオフフィルタを足し合わせ , 両端の余分な部分を切り捨てて設計している .

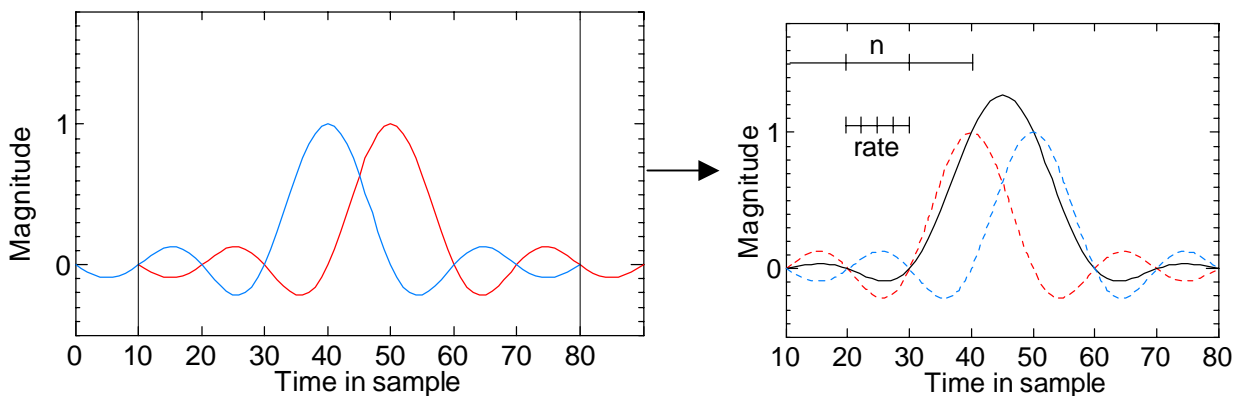


図 3 . ロールオフフィルタを用いた PR フィルタ , デュオバイナリの設計

PR フィルタを設計する際には , 図 3 に示すオーバーサンプル比 $rate$ と打ち切り数 n を指定しなければならない . また , これらに加えてフィルタのクラス , ロールオフ率も指定する必要がある . 設計プログラム内部では , 指定された打ち切り数よりも打ち切り数の大きいコサインロールオフフィルタを設計し , 両端を切り捨てることで PR フィルタを設計している . 表 1 に , 対応しているフィルタのクラス [4] ,

標本値，フィルタ長，内部で設計するコサインロールオフフィルタの打ち切り数を示す．

表 1 . 対応パーシャルレスポンス

クラス	標本値	フィルタ長	打ち切り数
1	1,1 (デュオバイナリ) 1,-1 (ダイコード)	$2 \cdot n \cdot rate + 1 + rate$	$n + 1$
2	1,2,1	$2 \cdot n \cdot rate + 1 + 2 \cdot rate$	$n + 2$
3	2,1,1	$2 \cdot n \cdot rate + 1 + 2 \cdot rate$	$n + 2$
4	1,0,-1	$2 \cdot n \cdot rate + 1 + 2 \cdot rate$	$n + 2$
5	-1,0,2,0,-1	$2 \cdot n \cdot rate + 1 + 4 \cdot rate$	$n + 4$

5 . アイパターンの作成

アイパターン作成プログラム eyept では，フィルタ係数とフィルタのオーバーサンプル比を引数で受け取り本稿でアイパターン形式と呼ぶ数値データ列を生成し，それを gnuplot に渡すことでアイパターンを作成している．リスト 1 にアイパターン形式を示す．この形式のデータ列を gnuplot でプロットすることで，アイパターンが得られる．Web 上で表示されるアイパターンでは，ランダム系列を入力し 1000 回の重ねがきを行っている．

現在の所 gnuplot 以外のグラフ描画ソフトでの動作確認は行っていない．アイパターン作成プログラムは，ルートコサインロールオフフィルタのインパルス応答から，ルートコサインロールオフフィルタを縦続接続したときのアイパターンを作成する機能を持つ．また，縦続接続した時のインパルス応答を出力してプログラムを終了するオプションも存在する．ルートコサインロールオフフィルタの設計結果表示画面に表示される，ルートコサインロールオフフィルタを縦続接続したときの特性は，この機能を用いて作成している．

データ番号	データ	
0	データ 0	
1	データ 1	
⋮		
⋮		
n	データ n	改行を 2 つ入れる
0	データ n	データ番号を 0 に戻す.
1	データ n+1	データ n は重複させる
⋮		
⋮		
n	データ 2n	
⋮		以下繰り返す
⋮		

リスト 1 . アイパターン形式

参考文献

- [1] 西野 顕, デジタル通信用フィルタ設計サービスの拡張, 平成 16 年度石川高専卒業論文, 2005.
- [2] 石川高専山田洋士研究室
<http://momiji.i.ishikawa-nct.ac.jp/>
- [3] 尾知 博, "期待が高まるデジタル通信技術の基礎", インターフェース Vol. 27, No. 10, pp. 52-pp. 69, Oct. 2001.
- [4] 斎藤 洋一, デジタル無線通信の変復調, 電子情報通信学会, 1996.
- [5] MATLAB ヘルプファイル, The Math Works Inc.